

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

Кафедра «Моделирование систем и информационные технологии»

## **ПОВТОРЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ. СХЕМА БЕРНУЛЛИ**

Методические указания к практическим занятиям  
по дисциплине «Математика»

Составители: Егорова Ю.Б.  
Мамонов И.М.

МОСКВА 2019



## 1. СХЕМА БЕРНУЛЛИ. ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ

**Схема Бернулли** - схема повторных независимых испытаний, при которой какое-то событие  $A$  может многократно повторяться с постоянной вероятностью  $P(A)=p$ .

Примеры испытаний, проводимых по схеме Бернулли: многократное подбрасывание монеты или игральной кости, изготовление партии деталей, стрельба по мишени и т.п.

**Теорема.** Если вероятность наступления события  $A$  в каждом испытании постоянна и равна  $p$ , то вероятность того, что событие  $A$  наступит  $m$  раз в  $n$  испытаниях (безразлично в какой последовательности), можно определить по формуле Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m},$$

или

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m},$$

где  $q = 1 - p$ .

**ПРИМЕР 1.** Вероятность того, что расход электроэнергии на протяжении одних суток не превысит установленной нормы, равна  $p=0,75$ . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

**РЕШЕНИЕ.** Вероятность нормального расхода электроэнергии на протяжении каждых из 6 суток постоянна и равна  $p = 0,75$ . Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна  $q = 1-p = 1 - 0,75 = 0,25$ .

Искомая вероятность по формуле Бернулли равна:

$$P_6(4) = C_6^4 p^4 q^{6-4} = \frac{6!}{4!(6-4)!} 0,75^4 0,25^2 = 0,3.$$

**ПРИМЕР 2.** Стрелок производит по мишени три выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна  $p=0,3$ . Найти вероятность того, что поражена: а) одна мишень; б) все три мишени; в) ни одной мишени; г) хотя бы одна мишень; д) менее двух мишеней.

**РЕШЕНИЕ.** Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле постоянна и равна  $p=0,3$ . Следовательно, вероятность промаха равна  $q = 1 - p = 1 - 0,3 = 0,7$ . Общее число проведенных опытов  $n=3$ .

а) Вероятность поражения одной мишени при трех выстрелах равна:

$$P_3(1) = C_3^1 p^1 q^{3-1} = 3 \cdot 0,3^1 \cdot 0,7^2 = 0,441.$$

б) Вероятность поражения всех трех мишеней при трех выстрелах равна:

$$P_3(3) = C_3^3 p^3 q^{3-3} = p^3 = 0,3^3 = 0,027.$$

в) Вероятность трех промахов при трех выстрелах равна:

$$P_3(0) = C_3^0 p^0 q^3 = q^3 = 0,7^3 = 0,343.$$

г) Вероятность поражения хотя бы одной мишени при трех выстрелах равна:

$$P(B) = P_3(1) + P_3(2) + P_3(3) = C_3^1 p^1 q^{3-1} + C_3^2 p^2 q^1 + C_3^3 p^3 q^0 = 0,657,$$

или:

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P_3(0) = 1 - 0,343 = 0,657.$$

д) Вероятность поражения менее двух мишеней, то есть или одной мишени, или ни одной:

$$P(C) = P_3(1) + P_3(0) = 0,441 + 0,343 = 0,787.$$

## 2. ЛОКАЛЬНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ТЕОРЕМЫ МУАВРА-ЛАПЛАСА

Если произведено большое число испытаний, то вычисление вероятностей по формуле Бернулли становится технически сложным, так как формула требует действий над огромными числами. Поэтому существуют более простые приближенные

формулы для вычисления вероятностей при больших  $n$ . Эти формулы называются асимптотическими и определяются теоремой Пуассона, локальной и интегральной теоремой Лапласа.

**Локальная теорема Муавра-Лапласа.** Если вероятность наступления события  $A$  в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность того, что событие  $A$  произойдет  $m$  раз в  $n$  испытаниях при достаточно большом числе  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ), приближенно равна:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot f(x),$$

где функция  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$ , а аргумент  $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$ .

Чем больше  $n$ , тем точнее вычисление вероятностей. Поэтому теорему Муавра-Лапласа целесообразно применять при  $npq \geq 20$ .

Для нахождения значений функции  $f(x)$  составлены специальные таблицы (см. приложение 1). При использовании таблицы необходимо иметь в виду **свойства функции  $f(x)$** :

- 1) Функция  $f(x)$  является четной  $f(-x) = f(x)$ .
- 2) При  $x \rightarrow \infty$  функция  $f(x) \rightarrow 0$ . Практически можно считать, что уже при  $x > 4$  функция  $f(x) \approx 0$ .

**ПРИМЕР 3.** Найти вероятность того, что событие  $A$  наступит 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления события  $A$  в каждом испытании равна  $p=0,2$ .

**РЕШЕНИЕ.** По условию  $n=400$ ,  $m=80$ ,  $p=0,2$ ,  $q=0,8$ . Следовательно:

$$P_{400}(80) \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \cdot f(x) = \frac{1}{8} \cdot 0,3989 = 0,04986;$$

$$x = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{8} = 0.$$

По таблице определим значение функции  $f(0)=0,3989$ .

**Интегральная теорема Муавра-Лапласа.** Если вероятность наступления события  $A$  в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то вероятность того, что событие  $A$  произойдет от  $m_1$  до  $m_2$  раз в  $n$  испытаниях при достаточно большом числе  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ), приближенно равна:

$$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1),$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$  – интеграл или функция Лапласа,

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Для нахождения значений функции  $\Phi(x)$  составлены специальные таблицы (например, см. приложение 2). При использовании таблицы необходимо иметь в виду **свойства функции Лапласа  $\Phi(x)$** :

- 1) Функция  $\Phi(x)$  является нечетной  $\Phi(-x) = -\Phi(x)$ .
- 2) При  $x \rightarrow \infty$  функция  $\Phi(x) \rightarrow 0,5$ . Практически можно считать, что уже при  $x > 5$  функция  $\Phi(x) \approx 0,5$ .
- 3)  $\Phi(0) = 0$ .

**ПРИМЕР 4.** Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 400 деталей окажется непроверенных от 70 до 100 деталей.

**РЕШЕНИЕ.** По условию  $n=400$ ,  $m_1=70$ ,  $m_2=100$ ,  $p=0,2$ ,  $q=0,8$ . Следовательно:

$$x_1 = \frac{70 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = -1,25, \quad x_2 = \frac{100 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 2,5.$$

По таблице, в которой приведены значения функции Лапласа, определяем:

$$\Phi(x_1) = \Phi(-1,25) = -\Phi(1,25) = -0,3944; \quad \Phi(x_2) = \Phi(2,5) = 0,4938.$$

Тогда:

$$P_{400}(70, 100) \approx \Phi(2,5) - \Phi(-1,25) = 0,4938 - (-0,3944) = 0,8882.$$

### 3. ТЕОРЕМА ПУАССОНА

**Теорема.** Если вероятность  $p$  события  $A$  в каждом испытании стремится к нулю при  $n \rightarrow \infty$ , то вероятность того, что событие  $A$  появится  $m$  раз в  $n$  испытаниях, можно определить по формуле Пуассона:

$$P_n(m) \approx P(\lambda) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!},$$

где  $P(\lambda)$  – функция Пуассона;  $m = 0, 1, 2, \dots, m, \dots, n$ ;  $\lambda = np$ .

Значения  $P(\lambda)$  можно определить по таблицам значений функции Пуассона в зависимости от  $\lambda$  и  $m$  (см. приложение 3).

**ПРИМЕР 5.** Завод отправил на базу 5000 деталей. Вероятность повреждения детали в дороге равна 0,0002. Найти вероятность того, что на базу придут: а) три поврежденных детали; б) 4997 неповрежденных деталей.

**РЕШЕНИЕ.** а) По условию  $n=5000$ ,  $m=3$ ,  $p=0,0002$ ,  $\lambda=5000 \cdot 0,0002=1 < 10$ . Следовательно:

$$P_{5000}(3) \approx P(1) = \frac{1^3 \cdot e^{-1}}{3!} \approx 0,06.$$

б) В данном случае  $n=5000$ ,  $m=4997$ ,  $p=1-0,0002=0,9998$ . Для вычисления вероятности  $P_{5000}(4997)$  нельзя применить ни формулу Пуассона ( $p$  велико,  $\lambda=5000 \cdot 0,9998=4999 > 10$ ) ни локальную теорему Муавра-Лапласа ( $npq=10 < 20$ ). Однако событие "не повреждено 4997 из 5000" равносильно "повреждено 3 из 5000". Вероятность последнего события вычислена в п. а).

### 4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включено 4 мотора, б) включены все моторы, в) выключены все моторы. *Отв.* а)  $P_6(4) = 0,246$ ; б)  $P_6(6) = 0,26$ ; в)  $P_6(0) = 0,000064$ .
2. Найти вероятность того, что событие  $A$  появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом

- испытании вероятность появления события  $A$  равна 0,3. *Отв.* 0,472.
3. Событие  $B$  появится в случае, если событие  $A$  появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие  $B$ , если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,4. *Отв.* 0,767.
4. Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,1. Найти вероятность того, что событие  $A$  появится хотя бы 2 раза. *Отв.* 0,19.
5. Изделия производства содержат 5% брака. Найти вероятность, что среди пяти выбранных наугад изделий: а) нет ни одного бракованного; б) три бракованных изделия. *Отв.* а) 0,774; б) 0,0011.
6. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) менее двух раз, б) не менее двух раз. *Отв.* а) 7/64; б) 57/64.
7. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырех; б) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? Ничьи во внимание не принимаются.
8. Рукопись объемом в 1000 страниц машинописного текста содержит 1000 опечаток. Найти вероятность того, что наудачу взятая страница содержит: а) хотя бы одну опечатку; б) две опечатки; в) не менее двух опечаток. *Отв.* а) 0,6321; б) 0,1839; в) 0,2642.
9. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа любого элемента в течение некоторого времени равна 0,002. Найти вероятность, что в течение некоторого времени откажут три элемента. *Отв.* 0,18.
10. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз. *Отв.* 0,0457.
11. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков. *Отв.* 0,0782.
12. Контрольную работу по теории вероятностей с первого раза выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполняет: а) 180 студентов; б) не менее 180 студентов. *Отв.* а) 0,054; б) 0,9772.
13. Вероятность появления события в каждом из 2100



независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность, что событие появится: а) не менее 1470 и не более 1500 раз, т.е. от 1470 до 1500 раз (включительно); б) не менее 1470 раз; в) не более 1469 раз. *Отв.* а) 0,4236; б) 0,5; в) 0,5.

14. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеет уставной фонд свыше 100 млн руб. Найти вероятность, что среди 1800 банков имеют уставной фонд свыше 100 млн руб: а) не менее 300 банков; б) от 300 до 400 банков включительно. *Отв.* а) 0,997; б) 0,9906.

15. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия  $p=0,9$ . Вероятность поражения цели при  $k$  попаданиях ( $k \geq 1$ ) равна  $1 - q^k$ . Найти вероятность того, что цель будет поражена, если сделано 2 выстрела. *Отв.* 0,9639. (*Указание.* Применить формулы Бернулли и полной вероятности).

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как проводятся испытания по схеме Бернулли? Приведите примеры таких испытаний.
2. Чему равна вероятность того, что событие  $A$  появится  $m$  раз в  $n$  независимых испытаниях, если испытания проводят по схеме Бернулли?
3. Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа. В каких случаях она применяется?
4. Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа. В каких случаях она применяется?
5. Сформулируйте теорему Пуассона. В каких случаях она применяется?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гмурман В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – Изд.7-е, стер. – М.: Высш. шк. 2001.– 479 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – Изд.5-е, стер.– М.: Высш. шк. 2001. – 400 с.
3. Колде Я.К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 1991. – 157 с.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001 . – 543 с.

## Приложение 1

Таблица значений функции  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1513
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0043
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002

3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

## Приложение 2

Таблица значений функции Лапласа  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,42	0,1628	0,84	0,2995	1,26	0,3969
0,01	0,0040	0,43	0,1664	0,85	0,3023	1,27	0,3980
0,02	0,0080	0,44	0,1700	0,86	0,3051	1,28	0,3997
0,03	0,0120	0,45	0,1736	0,87	0,3078	1,29	0,4015
0,04	0,0160	0,46	0,1772	0,88	0,3106	1,30	0,4032
0,05	0,0199	0,47	0,1808	0,89	0,3133	1,31	0,4049
0,06	0,0239	0,48	0,1844	0,90	0,3159	1,32	0,4066
0,07	0,0279	0,49	0,1879	0,91	0,3186	1,33	0,4082
0,08	0,0319	0,50	0,1915	0,92	0,3212	1,34	0,4099
0,09	0,0359	0,51	0,1950	0,93	0,3238	1,35	0,4115
0,10	0,0398	0,52	0,1985	0,94	0,3264	1,36	0,4131
0,11	0,0438	0,53	0,2019	0,95	0,3289	1,37	0,4147
0,12	0,0478	0,54	0,2054	0,96	0,3315	1,38	0,4162
0,13	0,0517	0,55	0,2088	0,97	0,3340	1,39	0,4177
0,14	0,0557	0,56	0,2123	0,98	0,3365	1,40	0,4192
0,15	0,0596	0,57	0,2157	0,99	0,3389	1,41	0,4207
0,16	0,0636	0,58	0,2190	1,00	0,3413	1,42	0,4222
0,17	0,0675	0,59	0,2224	1,01	0,3438	1,43	0,4236
0,18	0,0714	0,60	0,2257	1,02	0,3461	1,44	0,4251
0,19	0,0753	0,61	0,2291	1,03	0,3485	1,45	0,4265
0,20	0,0793	0,62	0,2324	1,04	0,3508	1,46	0,4279
0,21	0,0832	0,63	0,2357	1,05	0,3531	1,47	0,4292
0,22	0,0871	0,64	0,2389	1,06	0,3554	1,48	0,4306
0,23	0,0910	0,65	0,2422	1,07	0,3577	1,49	0,4319
0,24	0,0948	0,66	0,2454	1,08	0,3599	1,50	0,4332
0,25	0,0987	0,67	0,2486	1,09	0,3621	1,51	0,4345
0,26	0,1026	0,68	0,2517	1,10	0,3643	1,52	0,4357
0,27	0,1064	0,69	0,2549	1,11	0,3665	1,53	0,4370
0,28	0,1103	0,70	0,2580	1,12	0,3686	1,54	0,4382
0,29	0,1141	0,71	0,2611	1,13	0,3708	1,55	0,4394
0,30	0,1179	0,72	0,2642	1,14	0,3729	1,56	0,4406
0,31	0,1217	0,73	0,2673	1,15	0,3749	1,57	0,4418
0,32	0,1255	0,74	0,2703	1,16	0,3770	1,58	0,4429
0,33	0,1293	0,75	0,2734	1,17	0,3790	1,59	0,4441
0,34	0,1331	0,76	0,2764	1,18	0,3810	1,60	0,4452
0,35	0,1368	0,77	0,2794	1,19	0,3830	1,61	0,4463
0,36	0,1406	0,78	0,2823	1,20	0,3849	1,62	0,4474
0,37	0,1443	0,79	0,2852	1,21	0,3869	1,63	0,4484
0,38	0,1480	0,80	0,2881	1,22	0,3883	1,64	0,4495
0,39	0,1517	0,81	0,2910	1,23	0,3907	1,65	0,4505
0,40	0,1554	0,82	0,2939	1,24	0,3925	1,66	0,4515
0,41	0,1591	0,83	0,2967	1,25	0,3944	1,67	0,4525

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
1,68	0,4535	1,91	0,4719	2,28	0,4887	2,74	0,4969
1,69	0,4545	1,92	0,4726	2,30	0,4893	2,76	0,4971
1,70	0,4554	1,93	0,4732	2,32	0,4898	2,78	0,4973
1,71	0,4564	1,94	0,4738	2,34	0,4904	2,80	0,4974
1,72	0,4573	1,95	0,4744	2,36	0,4909	2,82	0,4976
1,73	0,4582	1,96	0,4750	2,38	0,4913	2,84	0,4977
1,74	0,4591	1,97	0,4756	2,40	0,4918	2,86	0,4979
1,75	0,4599	1,98	0,4761	2,42	0,4922	2,88	0,4980
1,76	0,4608	1,99	0,4767	2,44	0,4927	2,90	0,4981
1,77	0,4616	2,00	0,4772	2,46	0,4931	2,92	0,4982
1,78	0,4625	2,02	0,4783	2,48	0,4934	2,94	0,4984
1,79	0,4633	2,04	0,4793	2,50	0,4938	2,96	0,4985
1,80	0,4641	2,06	0,4803	2,52	0,4941	2,98	0,4986
1,81	0,4649	2,08	0,4812	2,54	0,4945	3,00	0,49865
1,82	0,4656	2,10	0,4821	2,56	0,4948	3,20	0,49931
1,83	0,4664	2,12	0,4830	2,58	0,4951	3,40	0,49966
1,84	0,4671	2,14	0,4838	2,60	0,4953	3,60	0,499841
1,85	0,4678	2,16	0,4846	2,62	0,4956	3,80	0,499928
1,86	0,4686	2,18	0,4854	2,64	0,4959	4,00	0,499968
1,87	0,4693	2,20	0,4861	2,66	0,4961	4,50	0,499997
1,88	0,4699	2,22	0,4868	2,68	0,4963	5,00	0,499997
1,89	0,4706	2,24	0,4875	2,70	0,4965		
1,90	0,4713	2,26	0,4881	2,72	0,4967		

### Приложение 3

Таблица значений функции Пуассона  $P(\lambda) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$

$m$	$\lambda$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0905	1638	2222	2681	3033	3293	3476	3595	3659
2	0045	0164	0333	0536	0758	0988	1217	1438	1647
3	0002	0019	0033	0072	0126	0198	0284	0383	0494
4		0001	0002	0007	0016	0030	0050	0077	0111
5				0001	0002	0004	0007	0012	0020
6							0001	0002	0003

### Продолжение приложения 3

$m$	$\lambda$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	3679	2707	1494	0733	0337	0149	0064	0027	0011	0005
2	1839	2707	2240	1465	0842	0446	0223	0107	0050	0023
3	0613	1804	2240	1954	1404	0892	0521	0286	0150	0076
4	0153	0902	1680	1954	1766	1339	0912	0572	0337	0189
5	0031	0361	1008	1563	1755	1606	1377	0916	0607	0378
6	0005	0120	0504	1042	1462	1606	1490	1221	0911	0631
7	0001	0037	0216	0595	1044	1377	1490	1396	1171	0901
8		0009	0081	0298	0653	1033	1304	1396	1318	1126
9		0002	0027	0132	0363	0688	1014	1241	1318	1251
10			0008	0053	0181	0413	0710	0993	1186	1251
11			0002	0019	0082	0225	0452	0722	0970	1137
12			0001	0006	0034	0126	0263	0481	0728	0948
13				0002	0013	0052	0142	0296	0504	0729
14				0001	0005	0022	0071	0169	0324	0521
15					0002	0009	0033	0090	0194	0347
16						0003	0014	0045	0109	0217
17						0001	0006	0021	0058	0128
18							0002	0009	0029	0071
19							0001	0004	0014	0037
20								0002	0006	0019
21								0001	0003	0009
22									0001	0004
23										0002
24										0001

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Схема Бернулли. Формула Бернулли.....	3
2. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.....	5
3. Теорема Пуассона.....	7
4. Задачи для самостоятельного решения.....	8
5. Контрольные вопросы.....	9
Литература.....	10

Юлия Борисовна Егорова  
Игорь Михайлович Мамонов

## ПОВТОРЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ. СХЕМА БЕРНУЛЛИ

Методические указания к практическим занятиям  
по дисциплине «Математика»

Уч.-изд.л. – 0,47.